О НЕКОТОРЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА.

ЕВГЕНИЙ МАЛЬКОВИЧ

Мы рассматриваем риманову метрику вида

$$g = dt^2 + A_1^2(t)(e^1)^2 + A_2^2(t)((e^2)^2 + (e^3)^2),$$

где 1-формы e^i образуют базис алгебры $\mathfrak{su}(2)$ и ставим вопрос, когда данная метрика удовлетворяет уравнению Эйнштейна

$$Ric_{ij} = \lambda g_{ij}.$$

Мы ограничиваемся случаем, когда функциональные параметры $A_1(t)$ и $A_2(t)$ метрики g удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} A_1' = k_1(\frac{A_1}{A_2})^2 + k_2\frac{A_1}{A_2} + k_3, \\ A_2' = l_1(\frac{A_1}{A_2})^2 + l_2\frac{A_1}{A_2} + l_3. \end{cases}$$

Были доказаны следующие теоремы

Теорема 1. *Если метрика g Риччи-плоская и функции $A_1,\ A_2$ удовлетворяют рассмотренной системе уравнений и не совпадают, то выполнен один из случаев:*

1. $k_1 = 1,\ k_2 = k_3 = l_1 = 0,\ l_2 = -1,\ l_3 = 2$ и метрика g изометрична метрике Тауб-НУТ;

2. $k_1 = 1,\ k_2 = 0,\ k_3 = -2,\ l_1 = 0,\ l_2 = -1,\ l_3 = 0$ и метрика g изометрична метрике Эгучи-Хансона;

3. $k_1 = 1,\ k_2 = k_3 = l_1 = 0,\ l_2 = -1,\ l_3 = -2$.

Теорема 2. *Если метрика g эйнштейнова, но не Риччи-плоская, а функции $A_1,\ A_2$ удовлетворяют рассмотренной системе уравнений и не совпадают, то метрика g изометрична метрике Фубини-Штуди (или гиперболической метрике Фубини-Штуди). В этом случае $k_1 = 2,\ k_2 = 0,\ k_3 = -1,\ l_1 = 0,\ l_2 = 1,\ l_3 = 0$.*

Случай 3 теоремы 1 представляет собой неполную Риччи-плоскую метрику

$$\frac{\rho^4}{(c^2-\rho^2)^4}d\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}(e^1)^2 + \frac{\rho^2}{(c^2-\rho^2)^2}((e^2)^2 + (e^3)^2).$$

Мы изучаем поведение данной метрики при $t \to \infty$ и в сингулярности.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
E-mail address: `malkovich@math.nsc.ru`

Автор поддержан грантом Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований (Соглашение No 14.B25.31.0029).