Характеристические классы Маслова подмногообразий почти контактных кэлеровых пространств

С.В. Галаев

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
e-mail: sgalaev@mail.ru

Для классификации интегрируемых гамильтоновых систем Трофимовым В.В. (см., например, [1]) был разработан метод построения геометрических инвариантов, основанный на обобщении классов Маслова. В связи с конструкциями обобщённых классов Маслова естественным образом возникают симплектические связности. Характеристические классы лагранжевых подмногообразий N^n стандартного симплектического пространства $\mathbb{R}^{2n}$ определяются с помощью отображения, сопоставляющего каждой точке $x \in N^n$ перенесенного в начало $0 \in \mathbb{R}^{2n}$ касательного пространства $T_x N^n$. В случае произвольного симплектического многообразия параллельный перенос касательных пространств лагранжевых подмногообразий осуществляют симплектические связности [1]. Новое обобщение классов Маслова, связанное с необходимость построения геометрических инвариантов, возникающих при исследовании аналогов интегрируемых гамильтоновых систем в контактном случае, основано на введении внутренней и продолженной связностей [2]. Пусть $(\varphi, \vec{\xi}, \eta, g, X, D)$ — почти контактная метрическая структура, заданная на многообразии X. Внутренняя связность задает параллельный перенос допустимых векторов (т.е., векторов, принадлежащих распределению D) вдоль допустимых кривых. Всякая соответствующая ей продолженная связность является связностью в векторном расслоении (D, π, X), определяемой внутренней связностью и эндоморфизмом $N : D \to D$. Продолженная метрическая связность без кручения однозначно определяется следующими условиями: 1. $\vec{Z}g(\vec{X}, \vec{Y}) = g(\nabla_{\vec{Z}}\vec{X}, \vec{Y}) + g(\vec{X}, \nabla_{\vec{Z}}\vec{Y})$ (свойство метричности), 2. $\nabla_{\vec{X}}\vec{Y} - \nabla_{\vec{Y}}\vec{X} - p[\vec{X}, \vec{Y}] = 0$ (отсутствие кручения), 3. N — симметрический оператор и имеет место равенство $g(N\vec{X}, \vec{Y}) = \frac{1}{2}L_{\vec{\xi}}g(\vec{X}, \vec{Y})$, где $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \in \Gamma D$ — сечения распределения D, $p : TX \to D$ — проектор. Почти контактные кэлеровы пространства как частный случай почти контактных метрических пространств [2] являются хорошим аналогом кэлеровых пространств, что, например, подкрепляется следующими теоремами.

Теорема 1. Почти контактная метрическая структура является почти контактной кэлеровой структурой тогда и только тогда, когда выполняются равенства $L_{\vec{\xi}}g = 0$, $\nabla\varphi = 0$, где ∇ — продолженная метрическая связность без кручения.

Теорема 2. Все характеристические классы Маслова вполне геодезических лежандровых подмногообразий почти контактных кэлеровых пространств равны нулю.

Литература

1. Трофимов В.В. Индекс Маслова лагранжевых подмногообразий симплектических многообразий // Тр. семин. по練 вект. и тенз. анализу. – 1988. – Вып. 23. – С. 190–194.

2. Галаев С.В. Почти контактные кэлеровы многообразия постоянной голоморфной секционной кривизны // Изв. Вузов, Математика. – 2014. - №8. – С. 42–52.